
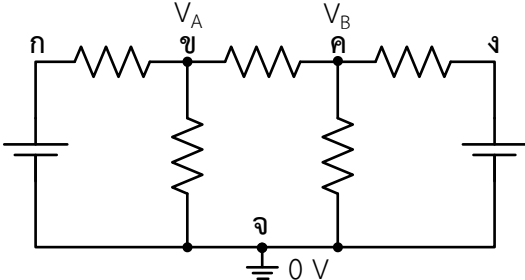


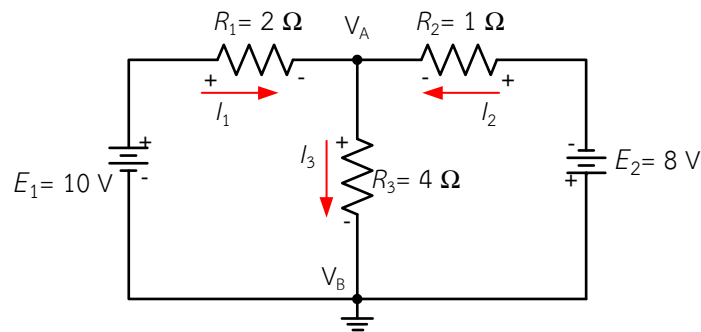
	ใบเนื้อหา	
	รหัส 2104-2002 ชื่อวิชา วงจรไฟฟ้ากระแสตรง	สัปดาห์ที่ 14
	หน่วยที่ 11 : วิธีแรงดันโหนด	จำนวน 1 ชั่วโมง
<p>สาระสำคัญ</p> <p>การแก้ปัญหาวงจรไฟฟ้าด้วยวิธีกระแสเมช จะใช้วิธีสมมติกระแสไฟฟ้าในวงจรปิด แล้วใช้กฎแรงดันไฟฟ้าของเคอร์ชอฟฟ์ในการเขียนสมการ ถ้าวงจรไฟฟ้ามีหลายสาขา จะทำให้ได้สมการหลายสมการ ตัวแปรก็จะมีมากตามไปด้วย ทำให้มีความยุ่งยากในการแก้ปัญหาวงจรไฟฟ้า แต่วิธีแรงดันโหนด (Node Voltage Method) เป็นการคำนวณหาแรงดันไฟฟ้าตามจุดต่อต่างๆ ของวงจไฟฟ้า และนำมาประยุกต์ใช้ร่วมกับกฎกระแสไฟฟ้าของเคอร์ชอฟฟ์ โดยอาศัยแนวคิดที่เป็นจริงที่ว่า กระแสไฟฟ้าไหลจากจุดที่มีศักย์แรงดันไฟฟ้าสูงไปสู่จุดที่มีศักย์แรงดันไฟฟ้าที่ต่ำกว่า วิธีแรงดันโหนดจะช่วยแก้ปัญหาวงจรไฟฟ้าได้ง่ายขึ้น เนื่องจากจำนวนสมการจะน้อยกว่าวิธีกระแสเมช แล้วนำความรู้ทางด้านคณิตศาสตร์เข้ามาช่วยในการพิสูจน์หาค่าของตัวแปรนั้น ๆ จะเป็นวิธีการกำจัดตัวแปร หรือใช้วิธีดีเทอร์มิแนนต์ในการหาค่าตัวแปรเพื่อหาค่ากระแสไฟฟ้าที่ผ่านโหลดที่โจทย์กำหนด</p> <p>จุดประสงค์การเรียนรู้การสอน</p> <p>จุดประสงค์ทั่วไป</p> <p>เพื่อให้นักเรียนมีความรู้ และเข้าใจวิธีแก้ปัญหาวงจรไฟฟ้าด้วยวิธีแรงดันโหนด คำนวณหาค่ากระแสไฟฟ้าที่ไหลในสาขาต่าง ๆ และทำงานร่วมกันเป็นกลุ่มอย่างมีกิจนิสัยในการปฏิบัติงานที่ดีได้</p> <p>จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. บอกวิธีการคิดของวิธีแรงดันโหนดได้ 2. เขียนสมการกระแสไฟฟ้าด้วยวิธีแรงดันโหนดได้ 3. แก้สมการหาแรงดันโหนดและค่ากระแสไฟฟ้าด้วยวิธีแรงดันโหนดได้ <p>คุณธรรม จริยธรรม</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. คุณลักษณะอันพึงประสงค์ <ol style="list-style-type: none"> 1.1 ความรับผิดชอบ 1.2 ความมีวินัย 1.3 การตรงต่อเวลา 1.4 ความมีมนุษยสัมพันธ์ 1.5 ความรู้และทักษะวิชาชีพ 1.6 ความสนใจใฝ่หาความรู้ 		

	ใบเนื้อหา	
	รหัส 2104-2002 ชื่อวิชา วงจรไฟฟ้ากระแสตรง	สัปดาห์ที่ 14
	หน่วยที่ 11 : วิธีแรงดันโหนด	จำนวน 1 ชั่วโมง
<p style="text-align: center;">2. การบูรณาการปรัชญาของเศรษฐกิจพอเพียง</p> <p style="text-align: center;">2.1 ศึกษาข้อมูลอย่างเป็นระบบ 2.2 ทำตามลำดับขั้น 2.3 ประหยัด เรียบง่าย ได้ประโยชน์สูงสุด 2.4 การมีส่วนร่วม</p> <p>สาระการเรียนรู้</p> <p style="text-align: center;">11.1 แนวคิดของวิธีแรงดันโหนด 11.1.1 การเขียนสมการด้วยวิธีแรงดันโหนด 11.1.2 สมการโหนดแรงดันโหนด 11.2 การนำวิธีแรงดันโหนดใช้แก้ปัญหาวงจรไฟฟ้า</p> <p>เนื้อหาสาระ</p> <p>วิธีแรงดันโหนด (Node Voltage Method) เป็นการคำนวณหาแรงดันไฟฟ้าตามจุดต่อต่างๆ ของวงจรไฟฟ้า และนำมาประยุกต์ใช้ร่วมกันกับกฎกระแสไฟฟ้าของเคอร์ชอฟฟ์ โดยอาศัยแนวคิดที่เป็นจริงที่ว่า กระแสไฟฟ้าไหลจากจุดที่มีศักย์แรงดันไฟฟ้าสูงไปสู่จุดที่มีศักย์แรงดันไฟฟ้าที่ต่ำกว่า วิธีแรงดันโหนดจะช่วยแก้ปัญหาวงจรไฟฟ้าง่ายขึ้น เนื่องจากจำนวนสมการจะน้อยกว่าวิธีกระแสเมช แล้วนำความรู้ทางด้านคณิตศาสตร์เข้ามาช่วยในการพิสูจน์หาค่าของตัวแปรนั้น ๆ จะเป็นวิธีการจำกัดตัวแปร หรือใช้วิธีดิเทอร์มิแนนต์ในการหาค่าตัวแปร เพื่อหาค่ากระแสไฟฟ้าที่ผ่านโหลดที่โจทย์กำหนด มีหัวข้อดังนี้</p> <p style="text-align: center;">11.1 แนวคิดของวิธีแรงดันโหนด</p> <p>วิธีแรงดันโหนด หรือวิธีโหนดจะอาศัยกฎกระแสไฟฟ้าของเคอร์ชอฟฟ์เป็นหลักในการแก้ปัญหา วิธีแรงดันโหนดเป็นการยึดหลักที่กระแสไฟฟ้าไหลจากจุดที่มีศักย์แรงดันไฟฟ้าสูงไปสู่จุดที่มีศักย์แรงดันไฟฟ้าที่ต่ำกว่า ซึ่งจะต้องเข้าใจความหมายที่กำหนดในวงจรไฟฟ้าอธิบายดังรูปที่ 11.1</p> <div style="display: flex; align-items: center; justify-content: center;">  <div style="margin-left: 20px;"> <p>จุด ก, ข, ค, ง และ จ เป็นโหนด</p> <p>จุด ข, ค เป็นโหนดหลัก</p> <p>จุด จ เป็นโหนดอ้างอิง</p> </div> </div> <p style="text-align: center;">รูปที่ 11.1 ตัวอย่างการกำหนดจุดโหนด</p>		

	ใบเนื้อหา	
	รหัส 2104-2002 ชื่อวิชา วงจรไฟฟ้ากระแสตรง	สัปดาห์ที่ 14
	หน่วยที่ 11 : วิธีแรงดันโหนด	จำนวน 1 ชั่วโมง
<p>โหนด (Node) คือ จุดต่อในวงจรไฟฟ้าระหว่างส่วนประกอบของวงจรมีจำนวนสาขาตั้งแต่ 2 สาขาขึ้นไป</p> <p>โหนดหลัก (Principle Node) คือ จุดต่อของ วงจรที่เป็นจุดหลักที่มีจำนวนสาขาตั้งแต่ 3 สาขาขึ้นไปมีความต่างศักย์ระหว่างจุด 2 จุด เมื่อเปรียบเทียบกับโหนดอ้างอิง จากรูปที่ 11.1 โหนดหลักได้แก่ จุด ข และ จุด ค กำหนดชื่อโหนดหลักเป็น V_A และ V_B หรือใช้อักษรใดก็ได้</p> <p>โหนดอ้างอิง (Reference Node) คือ จุดต่อร่วมหรือจุดที่เป็นกราวด์ใช้เป็นจุดเปรียบเทียบกับโหนดหลักมีศักย์ไฟฟ้าเป็น 0 V</p> <p>11.1.1 การเขียนสมการด้วยวิธีแรงดันโหนด</p> <p style="padding-left: 40px;">กำหนดจุดที่เป็นโหนดหลักและจุดที่เป็นโหนดอ้างอิง</p> <p style="padding-left: 40px;">พิจารณาแรงดันโหนดโดยให้ระดับแรงดันไฟฟ้าที่แรงดันโหนดมีค่าสูงกว่าระดับแรงดันไฟฟ้าที่โหนดอ้างอิง</p> <p style="padding-left: 40px;">กำหนดทิศทางการไหลของกระแสไฟฟ้าออกจากโหนดหลัก ยกเว้นโหนดอ้างอิง (จะกำหนดให้ไหลเข้าหรือไหลออกจากโหนดก็ได้มีผลลัพธ์ที่เหมือนกัน)</p> <p style="padding-left: 40px;">การเขียนสมการของกระแสไฟฟ้าแต่ละค่าที่โหนดหลักทุกจุดในวงจรโดยใช้ $\frac{V_R}{R}$ แทนกระแสไฟฟ้าจะได้จำนวนสมการโหนดตามสมการดังนี้</p> $\text{จำนวนสมการโหนด} = \text{จำนวนโหนด} - 1$ <p style="padding-left: 40px;">แทนค่าในสมการแล้วให้หาค่าของตัวแปรที่ไม่ทราบจากวิธีการต่าง ๆ เช่น การแทนค่าตัวแปร การกำจัดตัวแปร หรือวิธีทีเทอร์มินันท์</p> <p style="padding-left: 40px;">พิสูจน์ค่าตัวแปรโดยนำค่าตัวแปรไปแทนค่าในสมการก็จะได้</p> <p>11.1.2 สมการโหนดแรงดันโหนด</p> <p style="padding-left: 40px;">การเขียนสมการโหนดหรือสมการแรงดันโหนดจากรูปที่ 11.2 มีขั้นตอนดังนี้</p> <p style="padding-left: 40px;">ขั้นที่ 1 กำหนดโหนดหลัก 2 จุด คือ V_A และโหนดอ้างอิง คือ V_B</p> <p style="padding-left: 40px;">ขั้นที่ 2 กำหนดให้จุดต่อขั้วลบของ E_1 , E_2 และ R_3 เป็นจุดโหนดอ้างอิง</p> <p style="padding-left: 40px;">ขั้นที่ 3 กำหนดให้กระแสไฟฟ้าไหลเข้าและออกที่โหนดหลัก V_A</p> <p>หมายเหตุ ขั้นที่ 1-3 จะกระทำเมื่อโจทย์ไม่ได้กำหนด โหนดหลัก โหนดอ้างอิง และไม่ได้กำหนดทิศทางการไหลของกระแสไฟฟ้ามาให้ แต่ถ้าโจทย์ได้กำหนดให้มาแล้วก็สามารถข้ามไปพิจารณาขั้นที่ 4 ได้ โดนให้เริ่มเป็นขั้นตอนแรกได้เลย</p>		

	ใบเนื้อหา	
	รหัส 2104-2002 ชื่อวิชา วงจรไฟฟ้ากระแสตรง	สัปดาห์ที่ 14
	หน่วยที่ 11 : วิธีแรงดันโหนด	จำนวน 1 ชั่วโมง



รูปที่ 11.2 กำหนดจุดโหนด กำหนดทิศทางกระแสไฟฟ้า และชี้แรงดัน

ขั้นที่ 4 เขียนสมการตามกฎกระแสไฟฟ้าของเคอร์ชอฟฟ์

$$I_1 + I_2 - I_3 = 0 \quad (1)$$

ขั้นที่ 5 เขียนสมการแทนกระแสไฟฟ้าด้วย $\frac{V_R}{R}$ จะได้

$$I_1 = \frac{E_1 - V_A}{R_1} \quad (2)$$

$$I_2 = \frac{-E_2 - V_A}{R_2} \quad (3)$$

$$I_3 = \frac{V_A - V_B}{R_3} \quad (4)$$

ขั้นที่ 6 นำสมการที่ (2), (3) และ (4) แทนในสมการที่ (1) จะได้


$$\frac{E_1 - V_A}{R_1} + \frac{-E_2 - V_A}{R_2} - \frac{V_A - V_B}{R_3} = 0 \quad (5)$$

ขั้นที่ 7 แทนค่าแรงดันไฟฟ้าและค่าความต้านทานในสมการที่ (5) และแก้สมการหาค่าแรงดันโหนดที่ไม่ทราบค่า

$$\frac{10 - V_A}{2} + \frac{-8 - V_A}{1} - \frac{V_A - 0}{4} = 0$$

เอา 4 คูณตลอดเพื่อกำจัดตัวส่วนให้หมดไป จะได้

$$4\left(\frac{10 - V_A}{2}\right) + 4\left(\frac{-8 - V_A}{1}\right) - 4\left(\frac{V_A - 0}{4}\right) = 0$$

	ใบเนื้อหา	
	รหัส 2104-2002 ชื่อวิชา วงจรไฟฟ้ากระแสตรง	สัปดาห์ที่ 14
	หน่วยที่ 11 : วิธีแรงดันโหนด	จำนวน 1 ชั่วโมง

$$20 - 2V_A - 32 - 4V_A - V_A + 0 = 0$$

$$-12 - 7V_A = 0$$

$$-7V_A = 12$$

$$V_A = \frac{12}{-7}$$

$$V_A = -1.71V$$

ขั้นที่ 8 แทนค่า V_A แทนในสมการที่ (2) (3) และ (4) เพื่อหาค่า I_1 , I_2 และ I_3 จะได้

$$\text{กระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่าน } R_1 = I_1 = \frac{E_1 - V_A}{R_1} = \frac{10 - (-1.71)}{2} = 5.89A \quad \text{ตอบ}$$

$$\text{กระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่าน } R_2 = I_2 = \frac{-E_2 - V_A}{R_2} = \frac{-8 - (-1.71)}{1} = -6.29A \quad \text{ตอบ}$$

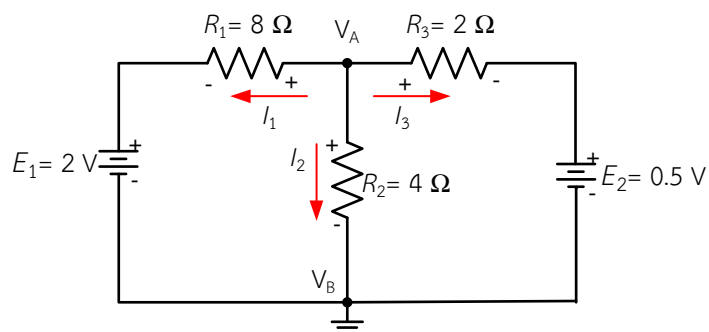
$$\text{กระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่าน } R_3 = I_3 = \frac{V_A - V_B}{R_3} = \frac{-1.71 - 0}{4} = -0.43A \quad \text{ตอบ}$$

หมายเหตุ กระแสไฟฟ้า I_2 และ I_3 มีค่าติดลบเนื่องจากการกำหนดทิศทางการไหลของกระแสไฟฟ้าตรงข้ามกับทิศทางของกระแสไฟฟ้าที่แท้จริง


11.2 การนำวิธีแรงดันโหนดใช้แก้ปัญหาวงจรไฟฟ้า


การนำวิธีโหนดมาใช้แก้ปัญหาวงจรไฟฟ้า ควรคำนึงถึงความยากง่ายและความรวดเร็ว ในวงจรที่มีหลายสาขาเหมาะที่จะใช้วิธีแรงดันโหนดเพราะสมการน้อยลง ดังตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 11.1 จากวงจรไฟฟ้าจงคำนวณหากระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านตัวต้านทานทุกตัว

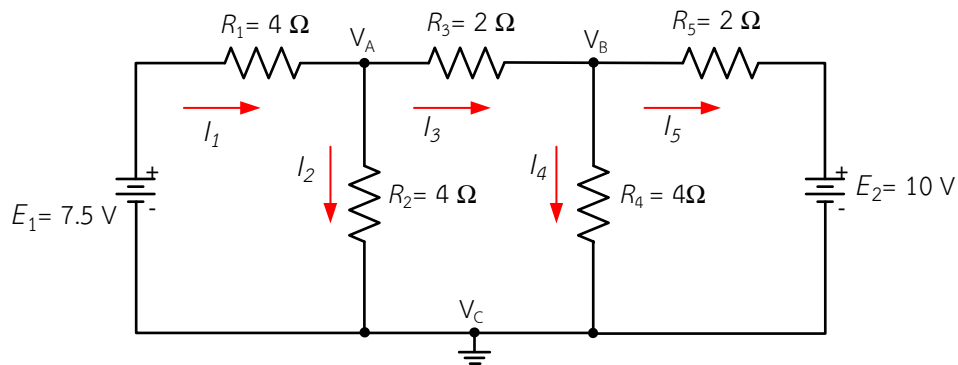


รูปที่ 11.3 วงจรไฟฟ้าตามตัวอย่างที่ 11.1

	ใบเนื้อหา	
	รหัส 2104-2002 ชื่อวิชา วงจรไฟฟ้ากระแสตรง	สัปดาห์ที่ 14
	หน่วยที่ 11 : วิธีแรงดันโหนด	จำนวน 1 ชั่วโมง
<p><u>วิธีทำ</u> ขั้นที่ 1 เขียนสมการตามกฎกระแสไฟฟ้าของเคอร์ชอฟฟ์ที่โหนดหลัก V_A จะได้</p> $-I_1 - I_2 - I_3 = 0 \quad \text{หรือ} \quad I_1 + I_2 + I_3 = 0 \quad (1)$ <p>ขั้นที่ 2 เขียนสมการแทนกระแสไฟฟ้าด้วย $\frac{V_R}{R}$ ในสมการที่ (1) จะได้</p> $\frac{V_A - E_1}{R_1} + \frac{V_A - 0}{R_2} + \frac{V_A - E_2}{R_3} = 0 \quad (2)$ <p>ขั้นที่ 3 แทนค่าแรงดันไฟฟ้าและค่าความต้านทานในสมการที่ (2) และแก้สมการหาค่าแรงดันโหนดที่ไม่ทราบค่า</p> $\frac{V_A - 2}{8} + \frac{V_A}{4} + \frac{V_A - 0.5}{2} = 0$ <p>เอา 8 คูณตลอดสมการเพื่อกำจัดตัวส่วนให้หมดไป จะได้</p> $8\left(\frac{V_A - 2}{8}\right) + 8\left(\frac{V_A}{4}\right) + 8\left(\frac{V_A - 0.5}{2}\right) = 0$ $V_A - 2 + 2V_A + 4V_A - 2 = 0$ $-4 + 7V_A = 0$ $-7V_A = 12$ $V_A = \frac{4}{7}$ $V_A = 0.571V$ <p>ขั้นที่ 4 หาค่ากระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านตัวต้านทานแต่ละตัวได้ดังนี้</p> <p>กระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่าน $R_1 = I_1 = \frac{V_A - E_1}{R_1} = \frac{0.571 - 2}{8} = -0.179A$ <u>ตอบ</u></p> <p>กระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่าน $R_2 = I_2 = \frac{V_A}{R_2} = \frac{0.571}{4} = 0.143A$ <u>ตอบ</u></p> <p>กระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่าน $R_3 = I_3 = \frac{V_A - E_2}{R_3} = \frac{0.571 - 0.5}{2} = 0.036A$ <u>ตอบ</u></p> <p><u>หมายเหตุ</u> กระแสไฟฟ้า I_1 มีค่าติดลบเนื่องจากการกำหนดทิศทางกระแสไฟฟ้าตรงข้ามกับทิศทางของกระแสไฟฟ้าที่แท้จริง</p>		

	ใบเนื้อหา	
	รหัส 2104-2002 ชื่อวิชา วงจรไฟฟ้ากระแสตรง	สัปดาห์ที่ 14
	หน่วยที่ 11 : วิธีแรงดันโหนด	จำนวน 1 ชั่วโมง

ตัวอย่างที่ 11.2 จากวงจรไฟฟ้าจงคำนวณหากระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านตัวต้านทานทุกตัว



รูปที่ 11.4 วงจรไฟฟ้าตามตัวอย่างที่ 11.2

วิธีทำ

ขั้นที่ 1 เขียนสมการตามกฎกระแสไฟฟ้าของเคอร์ชอฟฟ์ที่โหนดหลัก V_A จะได้

$$I_1 - I_2 - I_3 = 0 \quad (1)$$

ขั้นที่ 2 เขียนสมการแทนกระแสไฟฟ้าด้วย $\frac{V_R}{R}$ ในสมการที่ (1) และแทนค่าแรงดันไฟฟ้าและค่า

ความต้านทานจะได้

$$\left(\frac{E_1 - V_A}{R_1} \right) - \left(\frac{V_A - 0}{R_2} \right) - \left(\frac{V_A - V_B}{R_3} \right) = 0$$


$$\left(\frac{7.5 - V_A}{4} \right) - \left(\frac{V_A}{4} \right) - \left(\frac{V_A - V_B}{2} \right) = 0$$


เอา 4 คูณตลอดสมการเพื่อกำจัดตัวส่วนให้หมดไป จะได้

$$4 \left(\frac{7.5 - V_A}{4} \right) - 4 \left(\frac{V_A}{4} \right) - 4 \left(\frac{V_A - V_B}{2} \right) = 0$$

$$7.5 - V_A - V_A - 2V_A + 2V_B = 0$$

$$-4V_A + 2V_B = -7.5 \quad (2)$$

	ใบเนื้อหา	
	รหัส 2104-2002 ชื่อวิชา วงจรไฟฟ้ากระแสตรง	สัปดาห์ที่ 14
	หน่วยที่ 11 : วิธีแรงดันโหนด	จำนวน 1 ชั่วโมง
<p>ขั้นที่ 3 เขียนสมการตามกฎกระแสไฟฟ้าของเคอร์ชอฟฟ์ที่โหนดหลัก V_B จะได้</p> $I_3 - I_4 - I_5 = 0 \quad (3)$		
<p>ขั้นที่ 4 เขียนสมการแทนกระแสไฟฟ้าด้วย $\frac{V_R}{R}$ ในสมการที่ (3) และแทนค่าแรงดันไฟฟ้าและค่าความต้านทานจะได้</p> $\left(\frac{V_A - V_B}{R_3}\right) - \left(\frac{V_B - 0}{R_4}\right) - \left(\frac{V_B - E_2}{R_5}\right) = 0$ $\left(\frac{V_A - V_B}{2}\right) - \left(\frac{V_B}{4}\right) - \left(\frac{V_B - 10}{2}\right) = 0$		
<p>เอา 4 คูณตลอดสมการเพื่อกำจัดตัวส่วนให้หมดไป จะได้</p> $4\left(\frac{V_A - V_B}{2}\right) - 4\left(\frac{V_B}{4}\right) - 4\left(\frac{V_B - 10}{2}\right) = 0$ $2V_A - 2V_B - V_B - 2V_B + 20 = 0$ $2V_A - 5V_B = -20 \quad (4)$		
<p>ขั้นที่ 5 แก้สมการโดยใช้ดีเทอร์มิแนนต์ จากสมการที่ (2) และ (4) จะได้</p> $\begin{bmatrix} -4 & 2 \\ 2 & -5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_A \\ V_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -7.5 \\ -20 \end{bmatrix}$ $D = \begin{vmatrix} -4 & 2 \\ 2 & -5 \end{vmatrix}$ $= 20 - 4$ $= 16$ $V_A = \frac{\begin{vmatrix} -7.5 & 2 \\ -20 & -5 \end{vmatrix}}{D}$		

	ใบเนื้อหา	
	รหัส 2104-2002 ชื่อวิชา วงจรไฟฟ้ากระแสตรง	สัปดาห์ที่ 14
	หน่วยที่ 11 : วิธีแรงดันโหนด	จำนวน 1 ชั่วโมง

$$= \frac{37.5 + 40}{16}$$

$$= 4.84 \text{ V}$$

$$V_B = \frac{\begin{vmatrix} -4 & -7.5 \\ 2 & -20 \end{vmatrix}}{D}$$

$$= \frac{80 - 15}{16}$$

$$= 5.94 \text{ V}$$

ขั้นที่ 6 หาค่ากระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านตัวต้านทานแต่ละตัวได้ดังนี้

$$\text{กระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่าน } R_1 = I_1 = \frac{E_1 - V_A}{R_1} = \frac{7.5 - 4.84}{4} = 0.665 \text{ A} \quad \text{ตอบ}$$


$$\text{กระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่าน } R_2 = I_2 = \frac{V_A - 0}{R_2} = \frac{4.84}{4} = 1.21 \text{ A} \quad \text{ตอบ}$$

$$\text{กระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่าน } R_3 = I_3 = \frac{V_A - V_B}{R_3} = \frac{4.84 - 5.94}{2} = -0.55 \text{ A} \quad \text{ตอบ}$$

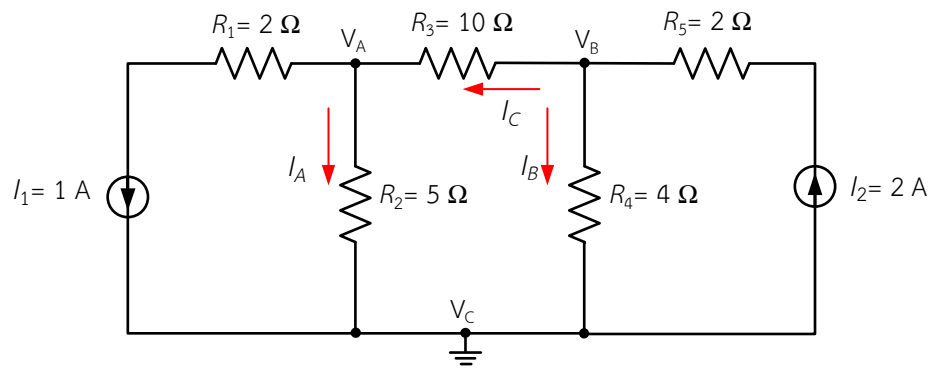
$$\text{กระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่าน } R_4 = I_4 = \frac{V_B - 0}{R_4} = \frac{5.94}{4} = 1.485 \text{ A} \quad \text{ตอบ}$$

$$\text{กระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่าน } R_5 = I_5 = \frac{V_B - E_2}{R_5} = \frac{5.94 - 10}{2} = -2.03 \text{ A} \quad \text{ตอบ}$$

หมายเหตุ กระแสไฟฟ้า I_3 และ I_5 มีค่าติดลบเนื่องจากการกำหนดทิศทางทางการไหลของกระแสไฟฟ้าตรงข้ามกับทิศทางของกระแสไฟฟ้าที่แท้จริง

	ใบเนื้อหา	
	รหัส 2104-2002 ชื่อวิชา วงจรไฟฟ้ากระแสตรง	สัปดาห์ที่ 14
	หน่วยที่ 11 : วิธีแรงดันโหนด	จำนวน 1 ชั่วโมง

ตัวอย่างที่ 11.3 จากวงจรไฟฟ้าจงคำนวณหาค่ากระแสไฟฟ้า I_A , I_B และ I_C



รูปที่ 11.5 วงจรไฟฟ้าตามตัวอย่างที่ 11.3

วิธีทำ

ขั้นที่ 1 เขียนสมการตามกฎกระแสไฟฟ้าของเคอร์ชอฟฟ์ที่โหนดหลัก V_A จะได้

$$-I_1 - I_A + I_C = 0 \quad (1)$$

ขั้นที่ 2 เขียนสมการแทนกระแสไฟฟ้าด้วย $\frac{V_R}{R}$ ในสมการที่ (1) และแทนค่าแรงดันไฟฟ้าและค่า

ความต้านทานจะได้

$$-1 - \left(\frac{V_A}{R_2}\right) + \left(\frac{V_B - V_A}{R_3}\right) = 0$$

$$-1 - \left(\frac{V_A}{5}\right) + \left(\frac{V_B - V_A}{10}\right) = 0$$

เอา 10 คูณตลอดสมการเพื่อกำจัดตัวส่วนให้หมดไป จะได้


$$-10(1) - 10\left(\frac{V_A}{5}\right) + 10\left(\frac{V_B - V_A}{10}\right) = 0$$


$$-10 - 2V_A + V_B - V_A = 0$$

$$-3V_A + V_B = 10 \quad (2)$$

ขั้นที่ 3 เขียนสมการตามกฎกระแสไฟฟ้าของเคอร์ชอฟฟ์ที่โหนดหลัก V_B จะได้

$$I_2 - I_B - I_C = 0 \quad (3)$$

	ใบเนื้อหา	
	รหัส 2104-2002 ชื่อวิชา วงจรไฟฟ้ากระแสตรง	สัปดาห์ที่ 14
	หน่วยที่ 11 : วิธีแรงดันโหนด	จำนวน 1 ชั่วโมง
<p>ขั้นที่ 4 เขียนสมการแทนกระแสไฟฟ้าด้วย $\frac{V_R}{R}$ ในสมการที่ (3) และแทนค่าแรงดันไฟฟ้าและค่าความต้านทานจะได้</p> $2 - \left(\frac{V_B}{R_4} \right) - \left(\frac{V_B - V_A}{R_3} \right) = 0$ $2 - \left(\frac{V_B}{4} \right) - \left(\frac{V_B - V_A}{10} \right) = 0$ <p>เอา 10 คูณตลอดสมการเพื่อกำจัดตัวส่วนให้หมดไป จะได้</p> $10(2) - 10 \left(\frac{V_B}{4} \right) - 10 \left(\frac{V_B - V_A}{10} \right) = 0$ $20 - 2.5V_B - V_B + 2V_A = 0$ $V_A - 3.5V_B = -20 \quad (4)$ <p>ขั้นที่ 5 แก้สมการโดยใช้ดีเทอร์มิแนนต์ จากสมการที่ (2) และ (4) จะได้</p> $\begin{bmatrix} -3 & 1 \\ 1 & -3.5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_A \\ V_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 \\ -20 \end{bmatrix}$ $D = \begin{vmatrix} -3 & 1 \\ 1 & -3.5 \end{vmatrix}$ $= 10.5 - 1$ $= 9.5$ $V_A = \frac{\begin{vmatrix} 10 & 1 \\ -20 & -3.5 \end{vmatrix}}{D}$ $= \frac{-35 + 20}{9.5}$ $= -1.58V$		

	ใบเนื้อหา	
	รหัส 2104-2002 ชื่อวิชา วงจรไฟฟ้ากระแสตรง	สัปดาห์ที่ 14
	หน่วยที่ 11 : วิธีแรงดันโหนด	จำนวน 1 ชั่วโมง

$$V_B = \frac{\begin{vmatrix} -3 & 10 \\ 1 & -20 \end{vmatrix}}{D}$$

$$= \frac{60 - 10}{9.5}$$

$$= 5.26 \text{ V}$$

ขั้นที่ 6 หาค่ากระแสไฟฟ้า I_A , I_B และ I_C ได้ดังนี้

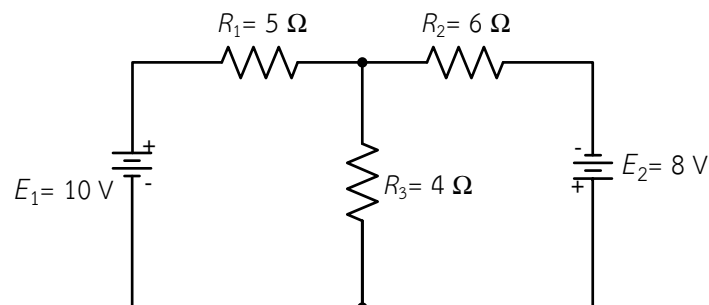
$$I_A = \frac{V_A}{R_2} = \frac{-1.58}{5} = -0.316 \text{ A} \quad \text{ตอบ}$$

$$I_B = \frac{V_B}{R_4} = \frac{5.26}{4} = 1.315 \text{ A} \quad \text{ตอบ}$$

$$I_C = \frac{V_B - V_A}{R_3} = \frac{5.26 - (-1.58)}{10} = 0.684 \text{ A} \quad \text{ตอบ}$$

หมายเหตุ กระแสไฟฟ้า I_A มีค่าติดลบเนื่องจากการกำหนดทิศทางกระแสไฟฟ้าตรงข้ามกับทิศทางของกระแสไฟฟ้าที่แท้จริง


ตัวอย่างที่ 11.4 จากวงจรไฟฟ้าจงคำนวณหากระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านตัวต้านทานทุกตัว (เป็นโจทย์เดียวกันกับตัวอย่างที่ 10.12 ในหน่วยที่ 10 เรื่อง วิธีกระแสเมช สอนครั้งที่ 2 สัปดาห์ที่ 13)



รูปที่ 11.6 วงจรไฟฟ้าตามตัวอย่างที่ 11.4

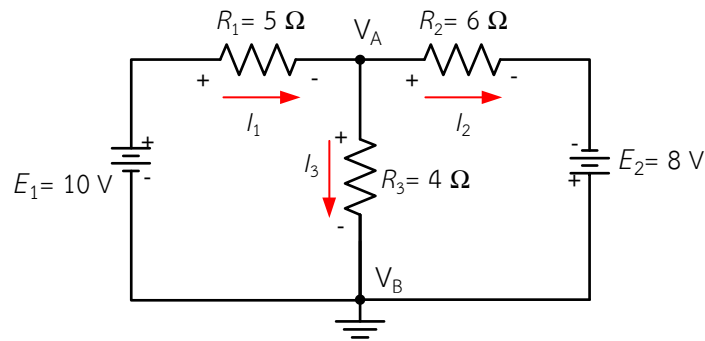
วิธีหา

ขั้นที่ 1 กำหนดโหนดหลัก 2 จุด คือ V_A และโหนดอ้างอิง คือ V_B

	ใบเนื้อหา	
	รหัส 2104-2002 ชื่อวิชา วงจรไฟฟ้ากระแสตรง	สัปดาห์ที่ 14
	หน่วยที่ 11 : วิธีแรงดันโหนด	จำนวน 1 ชั่วโมง

ขั้นที่ 2 กำหนดให้จุดต่อขั้วลบของ E_1 , E_2 และ R_3 เป็นจุดโนดอ้างอิง

ขั้นที่ 3 กำหนดให้กระแสไฟฟ้าไหลเข้าและออกที่โนดหลัก V_A



รูปที่ 11.7 กำหนดจุดโนด กำหนดทิศกระแสไฟฟ้า และขั้วแรงดัน ตามตัวอย่างที่ 11.4

ขั้นที่ 4 เขียนสมการตามกฎกระแสไฟฟ้าของเคอร์ชอฟฟ์

$$I_1 = I_2 + I_3 \quad \text{หรือ} \quad I_1 - I_2 - I_3 = 0 \quad (1)$$

ขั้นที่ 5 เขียนสมการแทนกระแสไฟฟ้าด้วย $\frac{V_R}{R}$ จะได้

$$I_1 = \frac{E_1 - V_A}{R_1} \quad (2)$$

$$I_2 = \frac{V_A - (-E_2)}{R_2} = \frac{V_A + E_2}{R_2} \quad (3)$$


$$I_3 = \frac{V_A - V_B}{R_3} \quad (4)$$

ขั้นที่ 6 นำสมการที่ (2), (3) และ (4) แทนในสมการที่ (1) จะได้

$$\left(\frac{E_1 - V_A}{R_1} \right) - \left(\frac{V_A + E_2}{R_2} \right) - \left(\frac{V_A - V_B}{R_3} \right) = 0 \quad (5)$$

ขั้นที่ 7 แทนค่าแรงดันไฟฟ้าและค่าความต้านทานในสมการที่ (5) และแก้สมการหาค่าแรงดันโหนดที่ไม่ทราบค่า

$$\left(\frac{10 - V_A}{5} \right) - \left(\frac{V_A + 8}{6} \right) - \left(\frac{V_A - 0}{4} \right) = 0$$

	ใบเนื้อหา	
	รหัส 2104-2002 ชื่อวิชา วงจรไฟฟ้ากระแสตรง	สัปดาห์ที่ 14
	หน่วยที่ 11 : วิธีแรงดันโหนด	จำนวน 1 ชั่วโมง

เอา 6 คูณตลอดเพื่อกำจัดตัวส่วนให้หมดไป จะได้

$$6\left(\frac{10-V_A}{5}\right) - 6\left(\frac{V_A+8}{6}\right) - 6\left(\frac{V_A-0}{4}\right) = 0$$

$$12 - 1.2V_A - V_A - 8 - 1.5V_A + 0 = 0$$

$$4 - 3.7V_A = 0$$

$$-3.7V_A = -4$$

$$V_A = \frac{-4}{-3.7}$$

$$V_A = 1.08 \text{ V}$$

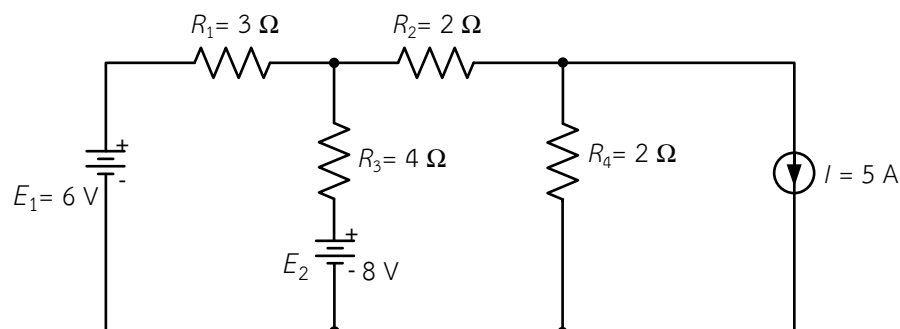
ขั้นที่ 8 แทนค่า V_A แทนในสมการที่ (2) (3) และ (4) เพื่อหาค่า I_1 , I_2 และ I_3 จะได้

$$\text{กระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่าน } R_1 = I_1 = \frac{E_1 - V_A}{R_1} = \frac{10 - 1.08}{5} = 1.78 \text{ A} \quad \text{ตอบ}$$


$$\text{กระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่าน } R_2 = I_2 = \frac{V_A + E_2}{R_2} = \frac{1.08 + 8}{6} = 1.51 \text{ A} \quad \text{ตอบ}$$

$$\text{กระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่าน } R_3 = I_3 = \frac{V_A - V_B}{R_3} = \frac{1.08 - 0}{4} = 0.27 \text{ A} \quad \text{ตอบ}$$

ตัวอย่างที่ 11.5 จากวงจรในรูป จงหากระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านตัวต้านทานทุกตัวโดยใช้วิธีแรงดันโหนด (เป็นโจทย์เดียวกันกับตัวอย่างที่ 10.15 ในหน่วยที่ 10 เรื่อง วิธีกระแสเมช สอนครั้งที่ 2 สัปดาห์ที่ 13)



รูปที่ 11.8 แสดงวงจรไฟฟ้าตามตัวอย่างที่ 11.5

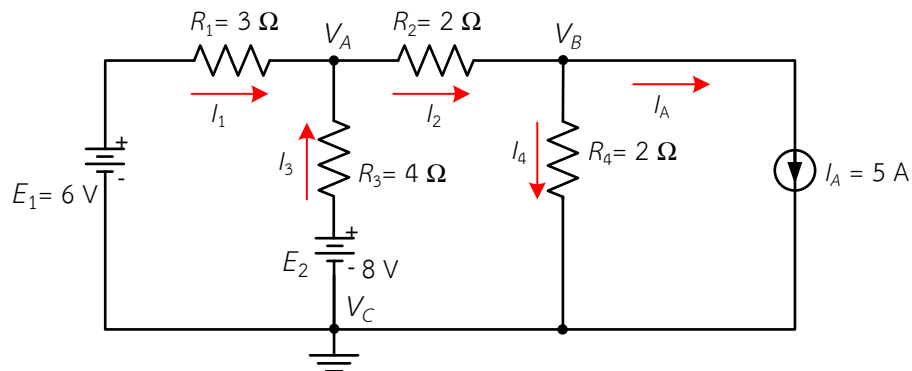
	ใบเนื้อหา	
	รหัส 2104-2002 ชื่อวิชา วงจรไฟฟ้ากระแสตรง	สัปดาห์ที่ 14
	หน่วยที่ 11 : วิธีแรงดันโหนด	จำนวน 1 ชั่วโมง

วิธีทำ

ขั้นที่ 1 กำหนดโหนดหลัก 2 จุด คือ V_A และ V_B โหนดอ้างอิง คือ V_C

ขั้นที่ 2 กำหนดให้จุดต่อขั้วลบของ E_1, E_2, R_4 และ I_A เป็นจุดโหนดอ้างอิง

ขั้นที่ 3 กำหนดให้กระแสไฟฟ้าไหลเข้าและออกที่โหนดหลัก V_A และ V_B



รูปที่ 11.9 กำหนดจุดโหนด กำหนดทิศกระแสไฟฟ้า และขั้วแรงดัน ตามตัวอย่างที่ 11.5

ขั้นที่ 4 เขียนสมการตามกฎกระแสไฟฟ้าของเคอร์ชอฟฟ์ที่โหนดหลัก V_A จะได้

$$I_1 + I_3 - I_2 = 0 \quad (1)$$

ขั้นที่ 5 เขียนสมการแทนกระแสไฟฟ้าด้วย $\frac{V_R}{R}$ ในสมการที่ (1) และแทนค่าแรงดันไฟฟ้าและค่า

ความต้านทานจะได้

$$\left(\frac{E_1 - V_A}{R_1} \right) + \left(\frac{E_2 - V_A}{R_3} \right) - \left(\frac{V_A - V_B}{R_2} \right) = 0$$


$$\left(\frac{6 - V_A}{3} \right) + \left(\frac{8 - V_A}{4} \right) - \left(\frac{V_A - V_B}{2} \right) = 0$$


เอา 12 คูณตลอดสมการเพื่อกำจัดตัวส่วนให้หมดไป จะได้

$$12 \left(\frac{6 - V_A}{3} \right) + 12 \left(\frac{8 - V_A}{4} \right) - 12 \left(\frac{V_A - V_B}{2} \right) = 0$$

$$24 - 4V_A + 24 - 3V_A - 6V_A + 6V_B = 0$$

$$-13V_A + 6V_B = -48 \quad (2)$$

	ใบเนื้อหา	
	รหัส 2104-2002 ชื่อวิชา วงจรไฟฟ้ากระแสตรง	สัปดาห์ที่ 14
	หน่วยที่ 11 : วิธีแรงดันโหนด	จำนวน 1 ชั่วโมง
<p>ขั้นที่ 6 เขียนสมการตามกฎกระแสไฟฟ้าของเคอร์ชอฟฟ์ที่โหนดหลัก V_B จะได้</p>		
$I_2 - I_4 - I_A = 0 \quad (3)$		
<p>ขั้นที่ 7 เขียนสมการแทนกระแสไฟฟ้าด้วย $\frac{V_R}{R}$ ในสมการที่ (3) และแทนค่าแรงดันไฟฟ้าและค่าความต้านทานจะได้</p>		
$\left(\frac{V_A - V_B}{R_2}\right) - \left(\frac{V_B - V_C}{R_4}\right) - 5 = 0$ $\left(\frac{V_A - V_B}{2}\right) - \left(\frac{V_B - 0}{2}\right) - 5 = 0$		
<p>เอา 2 คูณตลอดสมการเพื่อกำจัดตัวส่วนให้หมดไป จะได้</p>		
$2\left(\frac{V_A - V_B}{2}\right) - 2\left(\frac{V_B - 0}{2}\right) - (2 \times 5) = 0$ $V_A - V_B - V_B - 10 = 0$ $V_A - 2V_B = 10 \quad (4)$		
<p>ขั้นที่ 8 แก้สมการโดยใช้ดีเทอร์มิแนนต์ จากสมการที่ (2) และ (4) จะได้</p>		
$\begin{bmatrix} -13 & 6 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_A \\ V_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -48 \\ 10 \end{bmatrix}$		
$D = \begin{vmatrix} -13 & 6 \\ 1 & -2 \end{vmatrix}$ $= 26 - 6$ $= 20$		
$V_A = \frac{\begin{vmatrix} -48 & 6 \\ 10 & -2 \end{vmatrix}}{D}$		

	ใบเนื้อหา	
	รหัส 2104-2002 ชื่อวิชา วงจรไฟฟ้ากระแสตรง	สัปดาห์ที่ 14
	หน่วยที่ 11 : วิธีแรงดันโหนด	จำนวน 1 ชั่วโมง

$$= \frac{96 - 60}{20}$$

$$= 1.8 \text{ V}$$

$$V_B = \frac{\begin{vmatrix} -13 & -48 \\ 1 & 10 \end{vmatrix}}{D}$$

$$= \frac{-130 + 48}{20}$$

$$= -4.1 \text{ V}$$

ขั้นที่ 9 หาค่ากระแสไฟฟ้า I_1, I_2, I_3 และ I_4 ได้ดังนี้

$$I_1 = \frac{E_1 - V_A}{R_1} = \frac{6 - 1.8}{3} = 1.4 \text{ A} \quad \text{ตอบ}$$

$$I_2 = \frac{V_A - V_B}{R_2} = \frac{1.8 - (-4.1)}{2} = 2.95 \text{ A} \quad \text{ตอบ}$$

$$I_3 = \frac{E_2 - V_A}{R_3} = \frac{8 - 1.8}{4} = 1.55 \text{ A} \quad \text{ตอบ}$$


$$I_4 = \frac{V_B}{R_4} = \frac{-4.1}{2} = -2.05 \text{ A} \quad \text{ตอบ}$$

หมายเหตุ กระแสไฟฟ้า I_4 มีค่าติดลบเนื่องจากการกำหนดทิศทางกระแสไฟฟ้าตรงข้ามกับทิศทางของกระแสไฟฟ้าที่แท้จริง

สรุป

วิธีแรงดันโหนด เป็นการคำนวณหาแรงดันไฟฟ้าตามจุดต่อ ของวงจรไฟฟ้า โดยนำมาประยุกต์ใช้ร่วมกับกฎกระแสไฟฟ้าของเคอร์ชอฟฟ์ จากหลักการที่ว่ากระแสไฟฟ้าไหลจากจุดที่มีศักย์แรงดันไฟฟ้าสูงไปสู่จุดที่มีศักย์แรงดันไฟฟ้าที่ต่ำกว่า วิธีแรงดันโหนดจะช่วยแก้ปัญหาวงจรไฟฟ้าได้ง่ายขึ้น มีขั้นตอนนำไปใช้วิเคราะห์ห้วงจรไฟฟ้าดังนี้

- กำหนดจุดที่เป็นโหนดหลักและจุดที่เป็นโหนดอ้างอิง
- พิจารณาแรงดันโหนดโดยให้ระดับแรงดันไฟฟ้าที่แรงดันโหนดมีค่าสูงกว่าระดับแรงดันไฟฟ้าที่โหนดอ้างอิง

	ใบเนื้อหา	
	รหัส 2104-2002 ชื่อวิชา วงจรไฟฟ้ากระแสตรง	สัปดาห์ที่ 14
	หน่วยที่ 11 : วิธีแรงดันโหนด	จำนวน 1 ชั่วโมง
<p>3. กำหนดทิศทางการไหลของกระแสไฟฟ้าออกจากโหนดหลัก ยกเว้นโหนดอ้างอิง</p> <p>4. การเขียนสมการของกระแสไฟฟ้าแต่ละค่าที่โหนดหลักทุกจุดในวงจรโดยใช้ $\frac{V_R}{R}$ แทนกระแสไฟฟ้า</p> <p>5. แทนค่าในสมการแล้วให้หาค่าของตัวแปรที่ไม่ทราบจากวิธีการต่าง ๆ เช่น การแทนค่าตัวแปร การกำจัดตัวแปร หรือวิธีดีเทอร์มิแนนท์</p> <p>6. พิสูจน์ค่าตัวแปรโดยนำค่าตัวแปรไปแทนค่าในสมการก็จะได้</p>		